СМБ – секция Русе и ИНФОМАТ – Русе

Тренировъчен изпит по математика – VII клас – 15.05.2022 г.

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ С РАЗШИРЕН СВОБОДЕН ОТГОВОР

21. Дадени са неравенството $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2-\frac{1}{4}\left(8+\frac{1-5x}{2}\right)\le(-x-1)(1-x)$,

уравнението $|1-2x|-|6x-3|=12-|4-8x|$ и числото $M=\frac{7^3.7^{-3}.(-7)^3}{|-7|.(-7)^2}$.

а) Решете неравенството. Намерете най-малкото естествено число, което е решение на неравенството и го сравнете с числото M.

б) Решете уравнението и намерете средноаритметичната стойност от корените му.

Решение а) $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2-\frac{1}{4}\left(8+\frac{1-5x}{2}\right)\le(-x-1)(1-x)$

$\frac{1}{4}-x+x^2-2-\frac{1-5x}{8}\le x^2-1$ (3 т.) (за двете формули и разкриване на скобата)

$2-8x+8x^2-16-1+5x\le 8x^2-8$ (1 т.) (привеждане под общ знаменател)

$-3x\le 7$ (0,5 т.) (тъждествени преобразувания)

$x\ge-\frac{7}{3}$ (0,5 т.) (намиране на решението)

Най-малкото естествено число, което е решение на неравенството е 1 (1 т.)

$M=\frac{7^3.7^{-3}.(-7)^3}{|-7|.(-7)^2}=-\frac{7^{3-3+3}}{7^{1+2}}=-\frac{7^3}{7^3}=-1$ (1,5 т.)

Сравняване на $1>-1$ (0,5 т.)

Общо 8 точки

Решение б) $|1-2x|-|6x-3|=12-|4-8x|$

$|1-2x|-3|1-2x|=12-4|1-2x|$ (1 т.)

$2|1-2x|=12$ (1 т.)

$|1-2x|=6$ (0,5 т.)

$1-2x=6$ или $1-2x=-6$ (0,5 т.)

$-2x=5$ $\quad -2x=-7$

$x_1=-2,5$ $\quad x_2=3,5$ (0,5 т.)

$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-2,5+3,5}{2}=\frac{1}{2}$ (0,5 т.)

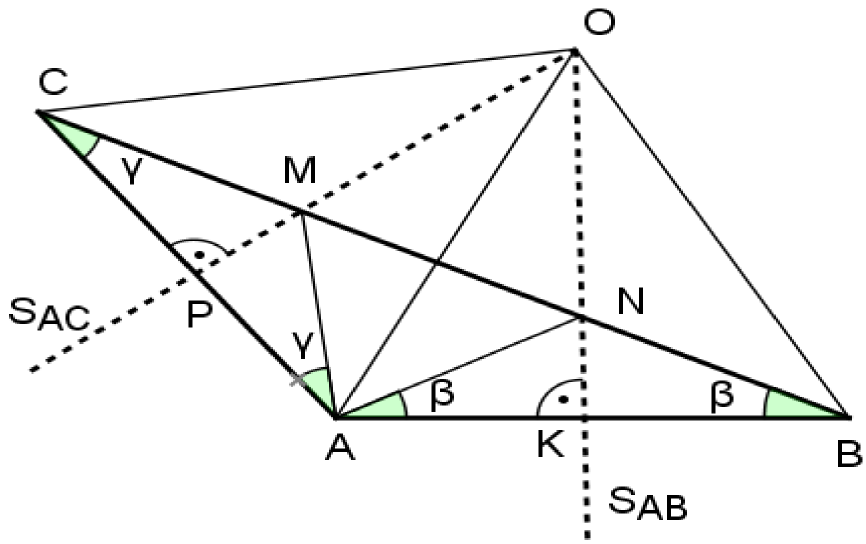
Общо 4 точки

22. В $\triangle ABC \left(\sphericalangle BAC > 90^\circ\right)$, симетралите на страните AC и AB се пресичат в точка O и пресичат BC съответно в точките M и N.

а) Ако $\sphericalangle OCB = 15^\circ$, намерете мярката на $\sphericalangle CAB$.

б) Докажете, че $\sphericalangle MON = 90^\circ - \frac{1}{2}\sphericalangle MAN$.

<u>Примерно решение и критерии на задача №22</u>



Решение а)

1. т. $M \in S_{AC} \Rightarrow MC = MA$ и $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CAM = \gamma$ (1 т.)
2. т. $O \in S_{AC} \Rightarrow OA = OC$ и $\sphericalangle OCA = \sphericalangle OAC = \gamma + 15^\circ \Rightarrow \sphericalangle MAO = 15^\circ$ (1 т.)
3. т. $N \in S_{BC} \Rightarrow NA = NB$ и $\sphericalangle NAB = \sphericalangle NBA = \beta$ (1 т.)
4. т. $O \in S_{BC} \Rightarrow OB = OA$ и от $OA = OC \Rightarrow OB = OC$

   За ъглите на $\triangle OCB \Rightarrow \sphericalangle OCB = \sphericalangle OBC = 15^\circ$ (1 т.)
5. от $OA = OB \Rightarrow \sphericalangle OAB = \sphericalangle OBA = \beta + 15^\circ \Rightarrow \sphericalangle NAO = 15^\circ$ (1 т.)
6. За ъглите на $\triangle ABC$ получаваме $2\beta + 2\gamma + 2.15^\circ = 180^\circ \Rightarrow \beta + \gamma = 75^\circ$,

   за $\sphericalangle CAB = \beta + \gamma + 30^\circ = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$ (1 т.)

Общо 6 точки

Решение б)

1. Означаваме $\sphericalangle BAC = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$ и $\sphericalangle ACB = \gamma$
2. т. $M \in S_{AC} \Rightarrow MC = MA$ и $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CAM = \gamma$ (0,5 т.)
3. т. $N \in S_{BC} \Rightarrow NA = NB$ и $\sphericalangle NAB = \sphericalangle NBA = \beta$ (0,5 т.)
4. $\sphericalangle MAN = \alpha - \left(\gamma + \beta\right)$ (1 т.)
5. $\sphericalangle PMC = \sphericalangle NMO = 90^\circ - \gamma$ и $\sphericalangle BNK = \sphericalangle ONM = 90^\circ - \beta$ (противоположни)

$\sphericalangle MON = 180° - (90° - \gamma) - (90° - \beta) = \gamma + \beta$ (1) (1,5 т.)

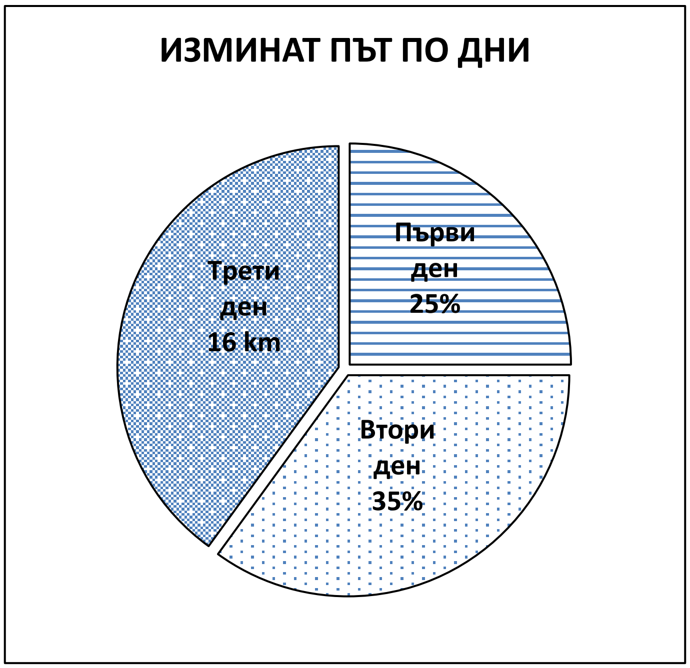
6. $\triangle ABC$: $2\gamma + 2\beta + \sphericalangle MAN = 180°$

$2(\gamma + \beta) + \sphericalangle MAN = 180°$ (2) (1 т.)

7. От (1) и (2) $\Rightarrow 2\sphericalangle MON + \sphericalangle MAN = 180° \Rightarrow \sphericalangle MON = \dfrac{180° - \sphericalangle MAN}{2} = 90° - \dfrac{1}{2}\sphericalangle MAN$ **(**1,5 т.)

Общо 6 точки

23. Турист направил тридневен поход, като през третия ден изминал 16 km. На кръговата диаграма е представено изминатото разстояние по дни, а в таблицата съответните скорости на туриста по време на похода.



Първи ден	Втори ден	Трети ден
$V_1 = 5$ km/ h	$V_2 = 3{,}5$ km/ h	$V_3 = 4$ km/ h

а) Намерете колко километра е изминал туристът общо през трите дни и каква е средната скорост, с която е изминал целия маршрут.

б) Първия ден туристът бил съпроводен от кучето си, което по време на целия поход бягало пред него на около 50 метра, обръщало се и се връщало при туриста, близвало го и отново бягало по същия начин напред. Какво разстояние е изминало кучето през първия ден, ако скоростта му е с 40% по голяма от скоростта на собственика му. (Времето за което кучето близвало туриста е пренебрежимо малко).

Решение а)

През третия ден е изминал $100\% - (25\% + 35\%) = 40\%$ от целия път, които са 16 km (1 т.)

За намиране на изминатия път през първия ден съставяме пропорцията

$$\begin{array}{lcl} 25\% & - & x \text{ km} \\ 40\% & - & 16 \text{ km} \end{array} \Rightarrow x = \frac{25.16}{40} = 10 \text{ km}$$ (1,5 т.)

За намиране на изминатия път през втория ден съставяме пропорцията

$$\begin{array}{lcl} 35\% & - & y \text{ km} \\ 40\% & - & 16 \text{ km} \end{array} \Rightarrow y = \frac{35.16}{40} = 14 \text{ km}$$ (1,5 т.)

Изминатият път през трите дни е $10+14+16=40\,\text{km}$ (1 т.)

	S	V	t
	10	5	2
	14	3,5	4
	16	4	4
Общо	40 km		10 h

$$V_{средна\ скорост} = \frac{S}{V} = \frac{40}{10} = 4\,\text{km/h}$$ (2 т.)

Общо 7 точки

Решение б) Намираме скоростта на кучето $V_{куче} = 5 + \frac{40}{100}.5 = 7\ \text{km/h}$ (2 т.)

През първия ден туристът се е движил 2 часа, следователно и кучето се е движило 2 часа. (1 т.)

$S_{куче} = V.t = 7.2 = 14\ \text{km}$ (1 т.)

Общо 4 точки