

СМБ – секция Русе и ИНФОМАТ – Русе
Тренировъчен изпит по математика – VII клас – 21.01.2023 г.

21. Подредете по големина във възходящ ред числата a , b , c и d , ако:

- a е НМС (най-малка стойност) на израза $M = t^2 - 6t + 8$ **2 точки**
- b е корен на уравнението $\frac{3x-1}{2} - \frac{2}{3}\left(6 - \frac{x+3}{2}\right) = 3 + \frac{x-5}{-6}$ **4 точки**
- c е числената стойност на едночлена $4x^2y^2$ като $x + y = -3$ и $x^2 + y^2 = 19$ **3 точки**
- d е неизвестният степенен показател в равенството $2^d = \frac{8^{16} : 4^{15}}{16^3 \cdot 2^5}$ **2 точки**
- отговор **1 точка**

Примерно решение, оценяване и точки по критерии на задача №21:

$M = t^2 - 6t + 8 = t^2 - 2t \cdot 3 + 9 - 1 = (t-3)^2 - 1$ за отделяне на точен квадрат **1 точка**

НМС = -1 $\Rightarrow a = -1$ за намиране стойността на a **1 точка**

$$\frac{3x-1}{2} - \frac{2}{3}\left(6 - \frac{x+3}{2}\right) = 3 + \frac{x-5}{-6}$$

$\frac{3x-1}{2} - \frac{4}{1} + \frac{x+3}{3} = \frac{3}{1} - \frac{x-5}{6}$ за разкриване на скобите (2x0,5т.) **1 точка**

$9x - 3 - 24 + 2x + 6 = 18 - x + 5$ за освобождаване от знаменател **1 точка**

$11x - 21 = -x + 23$

$12x = 44$ привеждане в нормален вид **1 точка**

$x = \frac{44}{12} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3} \Rightarrow b = 3\frac{2}{3}$ за намиране стойността на b **1 точка**

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ за правилно прилагане на ФСУ от II степен **1 точка**

$(-3)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$9 = 19 + 2xy$

$2xy = -10$

$xy = -5$ за намиране на xy **1 точка**

$\Rightarrow c = 4x^2y^2 = 4(xy)^2 = 4 \cdot 25 = 100$ за намиране стойността на c **1 точка**

$2^d = \frac{8^{16} : 4^{15}}{16^3 \cdot 2^5} = \frac{(2^3)^{16} : (2^2)^{15}}{(2^4)^3 \cdot 2^5} = \frac{2^{48} : 2^{30}}{2^{12} \cdot 2^5}$ за представяне на степените с основа 2 **1 точка**

$\frac{2^{18}}{2^{17}} = 2^1 = 2 \Rightarrow d = 1$ за намиране стойността на d **1 точка**

$-1 < 1 < 3\frac{2}{3} < 100 \Rightarrow a < d < b < c$ представяне на числата във възходящ ред **1 точка**

22. Група ученици провели акция по засаждане на розови храсти в парка. Те засадили $\frac{2}{3}$ от определената площ за 2 часа и 30 минути, след което намалили производителността си с 4 m^2 на час и останалата част от розовите храсти била засадена в за 1 час и 20 минути.

А) Колко квадратни метра е засадената с розови храсти площ? **9 точки**

Б) Колко процента от нея е залесена през последните 2 часа и 20 минути от работата им? **3 точки**

Примерни решения , оценяване и точки по критерии на задача №22:

А) **I начин:**

$$t_{I \text{ част}} = 2 \text{ h } 30 \text{ min} = \frac{5}{2} \text{ h}; t_{II \text{ част}} = 1 \text{ h } 20 \text{ min} = 1 \frac{20}{60} \text{ h} = 1 \frac{1}{3} \text{ h} \quad (2 \times 0,5) \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

Нека $x \text{ m}^2$ е засадената площ , $x > 0 \Rightarrow A_{I \text{ част}} = \frac{2}{3} x$ **1 точка**

$$N_{I \text{ част}} = A : t = \frac{2}{3} x : \frac{5}{2} = \frac{4}{15} x \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

$$A_{II \text{ част}} = \frac{1}{3} x \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

$$N_{II \text{ част}} = A : t = \frac{1}{3} x : \frac{4}{3} = \frac{1}{4} x \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

$$N_{I \text{ част}} - 4 = N_{II \text{ част}}; \frac{4}{15} x - 4 = \frac{1}{4} x \quad \text{съставяне на верен математически модел} \quad \mathbf{1,5 \text{ т.}}$$

$$16x - 240 = 15x \quad \text{вярно освобождаване от знаменател} \quad \mathbf{0,5 \text{ т.}}$$

$$x = 240 \quad \text{вярно намиране корена на уравнението} \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

Отговор: засадената площ е 240 m^2 **1 точка**

	Норма $N (P)$	Време t	Работа $A = N.t$
Първа част	$N_{I \text{ част}} = \frac{4}{15} x$	$t_{I \text{ част}} = 2 \text{ h } 30 \text{ min} = \frac{5}{2} \text{ h}$	$A_{I \text{ част}} = \frac{2}{3} x$
Втора част	$N_{II \text{ част}} = \frac{1}{4} x$	$t_{II \text{ част}} = 1 \text{ h } 20 \text{ min} = 1 \frac{20}{60} \text{ h} = 1 \frac{1}{3} \text{ h}$	$A_{II \text{ част}} = \frac{1}{3} x$

II начин:

$$t_{I\text{ част}} = 2h\ 30\text{ min} = \frac{5}{2}h; \quad t_{II\text{ част}} = 1h\ 20\text{ min} = 1\frac{20}{60}h = 1\frac{1}{3}h \quad (2 \times 0,5) \quad \mathbf{1\text{ точка}}$$

$$\text{Нека } N_{I\text{ част}} = y; \Rightarrow N_{II\text{ част}} = y - 4; y > 4 \quad \mathbf{1\text{ точка}}$$

$$A_{I\text{ част}} = N \cdot t = \frac{5}{2}y; \quad A_{II\text{ част}} = N \cdot t = \frac{4}{3}(y - 4) \quad (2 \times 1\text{т.}) \quad \mathbf{2\text{ точки}}$$

$$A_{I\text{ част}} = \frac{2}{3}A; \quad A_{II\text{ част}} = \frac{1}{3}A \quad \mathbf{1\text{ точка}}$$

$$A_{I\text{ част}} = 2A_{II\text{ част}} \quad \text{съставяне на верен математически модел} \quad \mathbf{1\text{ точка}}$$

$$\frac{5}{2}y = 2 \cdot \frac{4}{3}(y - 4)$$

$$\frac{5}{2}y = \frac{8}{3}y - \frac{32}{3} \quad \text{вярно разкриване на скоби} \quad \mathbf{0,5\text{т.}}$$

$$15y = 16y - 64 \quad \text{вярно освобождаване от знаменател} \quad \mathbf{0,5\text{ т.}}$$

$$y = 64 \quad \text{вярно намиране корена на уравнението} \quad \mathbf{0,5\text{ т.}}$$

$$\text{Отговор:} \quad \text{засадената площ е } 240\text{ m}^2 \quad \mathbf{1,5\text{ т.}}$$

	Норма N (P)	Време t	Работа $A = N \cdot t$
Първа част	$N_{I\text{ част}} = y$	$t_{I\text{ част}} = 2h\ 30\text{ min} = \frac{5}{2}h$	$A_{I\text{ част}} = \frac{5}{2}y$
Втора част	$N_{II\text{ част}} = y - 4$	$t_{II\text{ част}} = 1h\ 20\text{ min} = 1\frac{20}{60}h = 1\frac{1}{3}h$	$A_{II\text{ част}} = \frac{4}{3}(y - 4)$

$$\mathbf{Б)} \quad 2h\ 20\text{ min} = 1h + 1h\ 20\text{ min}$$

	Норма N (P)	Време t	Работа $A = N \cdot t$
Първа част	$\frac{4}{15} \cdot 240 = 64$	$1h$	64 m^2
Втора част	$64 - 4 = 60$	$1h\ 20\text{ min} = 1\frac{20}{60} = 1\frac{1}{3}h$	$60 \cdot \frac{4}{3} = 80\text{ m}^2$

$$\text{Отговор: } \frac{144}{240} = \frac{60}{100} = 60\%$$

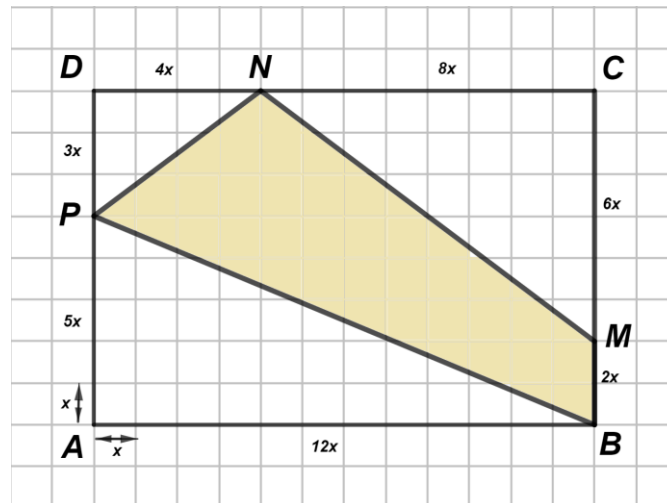
$$\text{За намиране на площта, засадена за 1 час} \quad \mathbf{1\text{ точка}}$$

$$\text{За намиране на площта, засадена за 1 час и 20 минути} \quad \mathbf{1\text{ точка}}$$

$$\text{За намиране на верния отговор } 60\% \quad \mathbf{1\text{ точка}}$$

23. На фигурата страната AB на правоъгълника $ABCD$ е разделена на 12 равни части с дължина x , а страната AD - на 8 равни части с дължина x . Точка $M \in BC$ и BM е $\frac{1}{4}$ от BC , точка $N \in DC$ и DN е $\frac{1}{2}$ от CN , точка $P \in AD$ и AP е $\frac{5}{8}$ от AD .
- А) Изразете чрез x лицето на четириъгълник $BMNP$ и го представете като едночлен в нормален вид. **4 точки**
- Б) Каква част е лицето на четириъгълник $BMNP$ от лицето на правоъгълника $ABCD$? (отговорът запишете като несъкратима обикновена дроб) **1 точки**
- В) С колко процента лицето на $\triangle ABP$ е по-голямо от лицето на $\triangle MCN$? **2 точки**
- Г) Ако $x = 1$ намерете обиколката на четириъгълник $BMNP$. **4 точки**

Примерно решение, оценяване и точки по критерии на задача №23:



- А) $AB = 12x$; $BM = 2x$; $MC = 6x$; $CN = 8x$; $DN = 4x$; $DP = 3x$; $AP = 5x$. **1 точка**

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 12x \cdot 8x = 96x^2 \quad \mathbf{0,5 \text{ т.}}$$

$$S_{\triangle ABP} = \frac{AB \cdot AP}{2} = \frac{12x \cdot 5x}{2} = 30x^2 \quad \mathbf{0,5 \text{ т.}}$$

$$S_{\triangle MCN} = \frac{CM \cdot CN}{2} = \frac{6x \cdot 8x}{2} = 24x^2 \quad \mathbf{0,5 \text{ т.}}$$

$$S_{\triangle NDP} = \frac{ND \cdot PD}{2} = \frac{4x \cdot 3x}{2} = 6x^2 \quad \mathbf{0,5 \text{ т.}}$$

$$S_{BMNP} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ABP} + S_{\triangle MCN} + S_{\triangle NDP}) = 96x^2 - (30x^2 + 24x^2 + 6x^2) = 36x^2 \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

$$\text{Б) } \frac{S_{BMNP}}{S_{ABCD}} = \frac{36x^2}{96x^2} = \frac{3}{8} \quad \text{1 точка}$$

$$\text{В) } S_{\triangle ABP} = S_{\triangle MCN} + y\% S_{\triangle MCN} \quad \text{1 точка}$$

$$30x^2 = 24x^2 + y\% \cdot 24x^2 \Leftrightarrow 6x^2 = y\% \cdot 24x^2 \Leftrightarrow y\% = 0,25 \Leftrightarrow y = 25\% \quad \text{1 точка}$$

Г) $\triangle ABP$ ($\sphericalangle BAP = 90^\circ$) прилагаме Питагорова теорема: 1 точка

$$AB^2 + AP^2 = BP^2 \Rightarrow 12^2 + 5^2 = BP^2 \Rightarrow BP = 13$$

$\triangle MCN$ ($\sphericalangle MCN = 90^\circ$) прилагаме Питагорова теорема: 1 точка

$$MC^2 + NC^2 = MN^2 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = MN^2 \Rightarrow MN = 10$$

$\triangle NDP$ ($\sphericalangle NDP = 90^\circ$) прилагаме Питагорова теорема: 1 точка

$$ND^2 + PD^2 = PN^2 \Rightarrow 4^2 + 3^2 = PN^2 \Rightarrow PN = 5$$

$$P_{BMNP} = BM + MN + NP + PB = 2 + 10 + 5 + 13 = 30 \quad \text{1 точка}$$

Всички права върху темата са запазени. Разпространяването ѝ не е позволено.