

СМБ – секция Русе и ИНФОМАТ – Русе

Тренировъчен изпит по математика за VII клас – 18.03.2023 година

ВТОРА ЧАСТ - 90 минути

ЗАДАЧИ С РАЗШИРЕН СВОБОДЕН ОТГОВОР

Запишете пълните решения на всяка задача от 21. до 23. в талона за отговори.

21. Дадени са уравненията:

$$(1) \frac{3}{4} \left(x - \frac{x-2}{6} \right) - \frac{(x-3)^2}{2} = \frac{15+(3-2x)(3+2x)}{8},$$

$$(2) |x + 3| = 5 \text{ и}$$

$$(3) x^2 + 6x - 16 = 0.$$

А) Решете уравнение (1).

Б) Решете уравнение (2).

В) Решете уравнение (3).

Г) Намерете кои от дадените уравнения са еквивалентни.

А) Разкриване на скобите $\frac{3x}{4} - \frac{x-2}{8}$ 1 точка

Формулата $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ 1 точка

Формулата $(3 - 2x)(3 + 2x) = 9 - 4x^2$ 1 точка

Общ знаменател и допълнителни множители 1 точка

Разкриване на скобата $-(x - 2) = -x + 2$ 0,5 точки

Разкриване на скобата $-4(x^2 - 6x + 9) = -4x^2 + 24x - 36$ 0,5 точки

Тъждествени преобразования и отговор $x = 2$ 1 точка

Б) $x + 3 = 5 \cup x + 3 = -5$ 2 X 0,5=1 точка

$x_1 = 2 \cup x_2 = -8$ 2 X 0,5=1 точка

В) **I начин:** $x^2 + 8x - 2x - 16 = 0$ 0,5 точки

Групиране $x(x + 8) - 2(x + 8) = 0$ 2 X 0,5=1 точка

Изнасяне на общ множител $(x + 8)(x - 2) = 0$ 0,5 точки

Решаване на уравненията $x + 8 = 0 \cup x - 2 = 0$ и получаване $x_1 = -8 \cup x_2 = 2$

2 X 0,5=1 точка

II начин: Допълване до точен квадрат $x^2 + 6x + 9 - 9 - 16 = 0$ 0,5 точки

Получаване $(x + 3)^2 - 5^2 = 0$ 0,5 точки

Разлагане $(x + 3 - 5)(x + 3 + 5) = 0$ 0,5 точки

Получаване $(x - 2)(x + 8) = 0$ 0,5 точки

Г) Извод (2) \Leftrightarrow (3) 1 точка

22. Един работник изработва сам определено количество продукция за 12 часа, а друг – с 3 часа по-бавно. Първият работник започнал работа в 8 часа, а втория - 20 минути по-рано.

А) В колко часа двамата работници са изработили по равно количество продукция?

Б) Каква част от работата са свършили двамата заедно по почивката в 12 часа?

$$t_2 = 12 + 3 = 15 \text{ h} \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$\text{Означаване } A_1 = A_2 = 1 \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$N_1 = \frac{A}{t_1} = \frac{1}{12} \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$N_2 = \frac{A}{t_2} = \frac{1}{15} \quad 0,5 \text{ точки}$$

	t	N	A
1 работник	12	$\frac{1}{12}$	1
2 работник	15	$\frac{1}{15}$	1

$$\text{А) } 20 \text{ min} = \frac{20}{60} \text{ h} = \frac{1}{3} \text{ h} \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$\text{Означаване } t_{\text{заедно}} = t_1 = x \text{ h}, x > 0 \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$\Rightarrow t_2 = \left(x + \frac{1}{3}\right) \text{ h} \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$A_1 = N_1 \cdot t_1 = \frac{x}{12} \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$A_2 = N_2 \cdot t_2 = \frac{x + \frac{1}{3}}{15} \quad 0,5 \text{ точки}$$

	t	N	A
1 работник	x	$\frac{1}{12}$	$\frac{x}{12}$
2 работник	$x + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{x + \frac{1}{3}}{15}$

$$\text{Съставяне на уравнението } A_1 = A_2 \quad 1 \text{ точка}$$

$$\text{Решаване на уравнението } \frac{x}{12} = \frac{x + \frac{1}{3}}{15} \quad 1,5 \text{ точки}$$

$$15x = 12x + 4$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3} > 0$$

$$\Rightarrow t_{\text{заедно}} = t_1 = 1 \frac{1}{3} \text{ h} = 1 \frac{20}{60} \text{ h} = 1 \text{ h } 20 \text{ min} \quad 0,5 \text{ точки}$$

$T = 8 \text{ h} + 1 \text{ h } 20 \text{ min} = 9 \text{ h } 20 \text{ min}$ двамата работника изработили по равно количество продукция. 0,5 точки

Б) $t_1 = 12 \text{ h} - 8 \text{ h} = 4 \text{ h}$ 0,5 точки

$t_2 = 12 \text{ h} - 7 \text{ h } 40 \text{ min} = 4 \text{ h } 20 \text{ min} = 4 \frac{20}{60} \text{ h} = 4 \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{13}{3} \text{ h}$ 0,5 точки

$A_1 = N_1 \cdot t_1 = \frac{1}{12} \cdot 4 = \frac{1}{3}$ 0,5 точки

$A_2 = N_2 \cdot t_2 = \frac{1}{15} \cdot \frac{13}{3} = \frac{13}{45}$ 0,5 точки

	t	N	A
1 работник	4	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
2 работник	$\frac{13}{3}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{13}{45}$

$A_{\text{свършена}} = A_1 + A_2$ 0,5 точки

$A_{\text{свършена}} = \frac{1}{3} + \frac{13}{45} = \frac{28}{45}$ 0,5 точки

23. За триъгълника ABC $CL (L \in AB)$ е ъглополовяща, $AC = 12 \text{ cm}$ и $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 7 : 2$. Точките M и N лежат на AC и BC , така че $LM \perp AC$ и $LN \perp BC$. Точка K лежи на BC и $\sphericalangle BLK = \gamma$ и $KC = 7 \text{ cm}$.

А) Намерете градусните мерки на ъглите на ΔABC .

Б) Докажете, че $CM = CN$.

В) Намерете дължината на отсечката AM .

Г) Намерете лицето на ΔLKC .

А) За ΔABC означаване 1 част = $x^\circ, x > 0 \Rightarrow \alpha = 3x, \beta = 7x$ и $\gamma = 2x$ 0,5 точки

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ 0,5 точки

$3x + 7x + 2x = 180^\circ$

$12x = 180^\circ$

$x = 15^\circ$ 0,5 точки

$\Rightarrow \alpha = 3 \cdot 15^\circ = 45^\circ, \beta = 7 \cdot 15^\circ = 105^\circ$ и $\gamma = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$ 3X 0,5 точки=1,5 точки

Б) $CL - l_c \Rightarrow \sphericalangle ACL = \sphericalangle LCB = \frac{\sphericalangle C}{2} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$ 0,5 точки

Разгл. ΔMLC и ΔNLC : 1) CL – обща страна; 2) $\sphericalangle M = \sphericalangle N = 90^\circ$; 3) $\sphericalangle C = \sphericalangle C = 15^\circ$

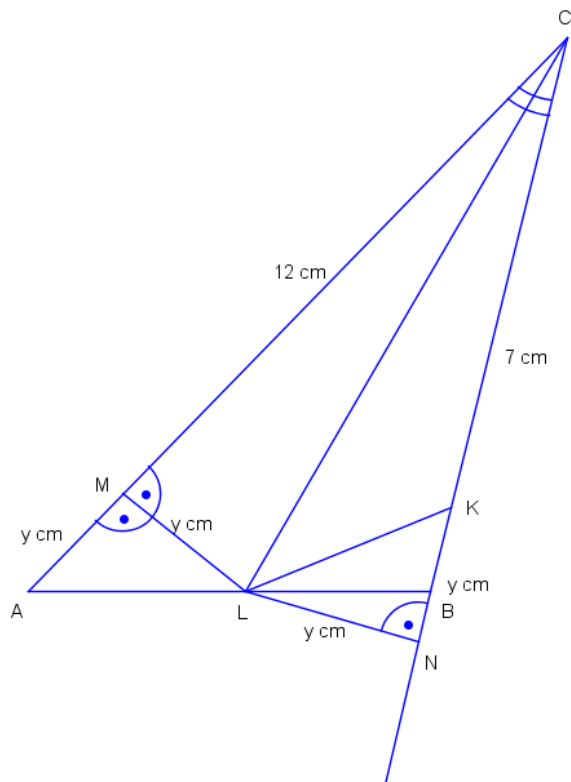
3X 0,5 точки=1,5 точки

Извод $\triangle MLC \cong \triangle NLC$ (по II признак)

0,5 точки

$\Rightarrow CM = CN$ (съответни елементи в еднакви триъгълници)

0,5 точки



В) Означаване $AM = y \text{ cm}, y > 0 \Rightarrow CM = CN = 12 - y$

0,5 точка

$\triangle ALM: \sphericalangle A = 45^\circ, \sphericalangle M = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle L = 45^\circ$

0,5 точки

$\Rightarrow AM = ML = y$

0,5 точки

$ML = LN = y (\triangle MLC \cong \triangle NLC)$

0,5 точки

$\triangle LBK: \sphericalangle L = 30^\circ, \sphericalangle B = 105^\circ \Rightarrow \sphericalangle K = 45^\circ$

0,5 точки

$\triangle LNK: \sphericalangle K = 45^\circ, \sphericalangle N = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle L = 45^\circ$

0,5 точки

$\Rightarrow LN = NK = y$

0,5 точки

$\Rightarrow CN = 7 + y$

0,5 точки

$CN = 7 + y = 12 - y$

0,5 точки

$y + y = 12 - 7$

$2y = 5$

$y = 2,5 \Rightarrow AM = 2,5 \text{ cm}$

0,5 точки

Г) $S_{\triangle LKC} = \frac{CK \cdot LN}{2} = \frac{7 \cdot 2,5}{2} = \frac{17,5}{2} = 8,75 \text{ cm}^2$

1 точка