

21. А) Решете уравнението  $(x-2)^3 - \frac{2x(x-1)(x+1)}{3} = \frac{1}{3}(x^3 - 2x(9x-1)) - 6$ .

Б) Проверете дали числото  $b = \left( \frac{2^7 - 2^6 + 2^5}{(-24)^2} \right)^{-1}$  е решение на уравнението в А).

**Примерно решение, оценяване и точки по критерии на задача №21**

$$\text{А) } (x-2)^3 - \frac{2x(x-1)(x+1)}{3} = \frac{1}{3}(x^3 - 2x(9x-1)) - 6$$

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - \frac{2x(x^2-1)}{3} = \frac{1}{3}(x^3 - 18x^2 + 2x) - 6$$

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - \frac{2x^3 - 2x}{3} = \frac{x^3 - 18x^2 + 2x}{3} - 6$$

$$3(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - 2x^3 + 2x = x^3 - 18x^2 + 2x - 18$$

$$3x^3 - 18x^2 + 36x - 24 - 2x^3 + 2x - x^3 + 18x^2 - 2x = -18$$

$$36x = 6$$

$$x = \frac{1}{6}$$

Вярно приложена формула  $(x-2)^3$  1 т.

Вярно приложена формула  $(x-1)(x+1)$  0,5 т.

Вярно умножение  $2x(x^2-1)$  0,5 т.

Разкриване на скоби  $-2x(9x-1)$  1 т.

Привеждане под общ знаменател и разкриване на  $-(2x^3-2x)$  2 т.

Тъждествени преобразувания до  $36x = 6$  1 т.

Намиране на корена  $x = \frac{1}{6}$  1 т.

**Общо 7 точки**

Б)

$$b = \left( \frac{2^5(2^2-2+1)}{(-3.8)^2} \right)^{-1} = \left( \frac{2^5 \cdot 3}{3^2 \cdot 2^6} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{2.3} \right)^{-1} = 6 \quad \text{2,5 т.}$$

Извод числото  $b$  не е корен на уравнението в А) 0,5 т.

**Общо 3 точки**

22. Работник трябвало да произведе определено количество детайли в даден срок при норма 45 детайла на ден. През първия ден той произвел 45 детайла, но през втория ден увеличил нормата си с 20%. Поради авария работникът преустановил работа за 2 дни, след което увеличил с  $\frac{1}{9}$  втората норма и в определения срок произвел с 6 детайла по-малко. Определете колко детайла е поръчката и за колко дни е трябвало да бъде изпълнена.

**Примерно решение, оценяване и точки по критерии на задача №22**

|                         | <b>N</b> | <b>t</b> | <b>A</b>    |
|-------------------------|----------|----------|-------------|
| <b>по план</b>          | 45       | $x$      | $45x$       |
| <b>в действителност</b> | 45       | 1        | 45          |
|                         | 54       | 1        | 54          |
|                         | 60       | $x - 4$  | $60(x - 4)$ |

$$45 + 54 + 60(x - 4) + 6 = 45x$$

$$99 + 60x - 240 + 6 = 45x$$

$$A = 45 \cdot 9 = 405$$

$$15x = 135$$

$$x = 9$$

Отговор: Поръчката е била 405 детайла и е трябвало да бъде изпълнена за 9 дни.

Въвеждане на неизвестно  $t_{\text{по план}} = x, \quad x > 0$

1 т.

Изявяване на работата  $A_{\text{по план}} = 45x$

1 т.

Намиране на нормите  $N_2 = 54$  и  $N_3 = 60$

2 т.

Намиране на работата в първия и втория етап

1 т.

Изявяване на  $t_3 = x - 4, \quad x > 4$

1 т.

Съставяне на уравнение

2 т.

Решаване на уравнението

1 т.

Отговор

1 т.

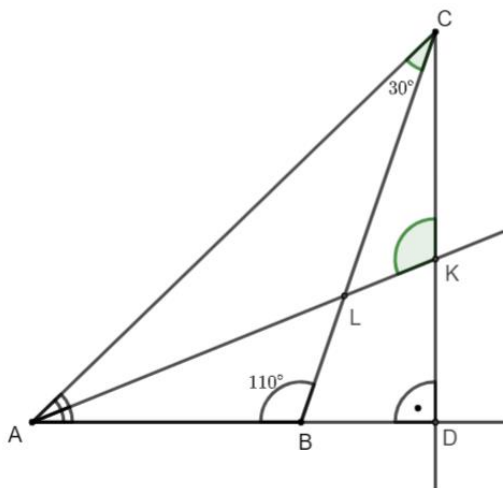
**Общо 10 точки**

23. А) В  $\triangle ABC$   $\angle BAC : \angle ABC = 4 : 11$ , а  $\angle ACB$  е с  $10^\circ$  по-малък от  $\angle BAC$ . Ако правите, определени от ъглополовящата на  $\angle BAC$  и височината през върха  $C$  се пресичат в точка  $K$ , намерете големината на  $\angle AKC$ .

Б) Външният ъгъл при върха  $A$  е с  $40^\circ$  по-малък от външния ъгъл при върха  $B$  на  $\triangle ABC$ . Точка  $O$  е пресечна точка на вътрешните ъглополовящи на ъглите  $\angle BAC$  и  $\angle ABC$ , а точка  $H$  е пресечната точка на височините към страните  $AC$  и  $BC$ . Ако  $\angle AHB = \angle AOB$ , намерете ъглите на триъгълник  $ABC$ .

**Примерно решение, оценяване и точки по критерии на задача №23**

- А) Изразяване на ъглите  $\angle A : \angle B = 4 : 11$  и  $\angle C = \angle A - 10^\circ$  1 т.
- $\angle A = 4x, \angle B = 11x, \angle C = 4x - 10^\circ$  1 т.
- $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  1 т.
- $4x + 11x + 4x - 10^\circ = 180^\circ$
- $x = 10^\circ$  0,5 т.
- $\angle A = 40^\circ, \angle B = 110^\circ, \angle C = 30^\circ$  1 т.



Чертеж с ъглополовяща и височина 1 т.

В  $\triangle ADK$ :

$AK$  е ъглополовяща на  $\angle BAC = \angle DAC$

$$\Rightarrow \angle DAK = \frac{1}{2} \angle DAC = 20^\circ$$

$$\angle ADK = 90^\circ \Rightarrow \angle AKD = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

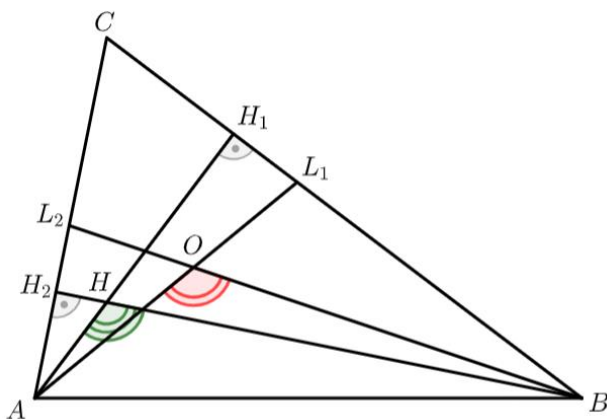
$$\angle AKC + \angle AKD = 180^\circ \quad (\text{съседни ъгли})$$

$$\Rightarrow \angle AKC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

1,5 т.

**Общо 7 точки**

Б)



Означаваме:

$$\angle CAB = \alpha$$

$$\angle ABC = \beta$$

$$\angle ACB = \gamma$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Изразяване на  $\angle AOB = 180^\circ - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) = 90^\circ + \frac{\gamma}{2}$  1,5 т.

Изразяване на  $\angle AHB = \alpha + \beta = 180^\circ - \gamma$  1,5 т.

По условие  $\angle AOB = \angle AHB \Rightarrow 90^\circ + \frac{\gamma}{2} = 180^\circ - \gamma$

Намиране на  $\gamma = 60^\circ \Rightarrow \angle ACB = 60^\circ$  1 т.

$\alpha' = \beta' - 40^\circ$  и  $\gamma' = 120^\circ$  1 т.

$$\alpha' + \beta' = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$$\beta' - 40^\circ + \beta' = 240^\circ \Rightarrow \beta' = 140^\circ$$

1,5 т.

$$\beta = \angle ABC = 40^\circ$$

0,5 т.

$$\alpha = \angle BAC = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$$

1 т.

Отговор:  $\angle BAC = 80^\circ$ ;  $\angle ABC = 40^\circ$ ;  $\angle ACB = 60^\circ$ .

**Общо 8 точки**

*Всички права върху темата са запазени. Разпространяването ѝ не е позволено.*