

СМБ – секция Русе и ИНФОМАТ – Русе

Тренировъчен изпит по математика – VII клас – 23.03.2024 г.

Сгая.....

ЗАДАЧА 21	ЗАДАЧА 22	ЗАДАЧА 23
А) точки от 6 точки от 9	А) точки от 5,5
Б) точки от 6		Б) точки от 2
В) точки от 2		В) точки от 3,5
Г) точки от 1		
Общо: точки (15)	Общо: точки (9)	Общо: точки (11)

Примерни решения:

21 Задача: Дадени са уравненията:

$$(1) \frac{(-x-2)^2}{4} - \frac{1}{2} \left(x - \frac{x+3}{3} \right) = \frac{(1+x)(x-1)}{12} + \frac{(3+x)^2}{6}$$

$$(2) |16x - 2| - |3 - 24x| = -1 \text{ и}$$

$$(3) x^2 = 4x.$$

А) Решете уравнение (1).

Б) Решете уравнение (2).

В) Решете уравнение (3).

Г) Има ли еквивалентни уравнения между дадените?

$$\text{А) } (-x-2)^2 = (x+2)^2 \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$-\frac{1}{2} \left(x - \frac{x+3}{3} \right) = -\frac{x}{2} + \frac{x+3}{6} \quad 1 \text{ точка}$$

$$(1+x)(x-1) = x^2 - 1 \quad 1 \text{ точка}$$

$$(3+x)^2 = 9 + 6x + x^2 \quad 0,5 \text{ точки}$$

Привеждане към общ знаменател и допълнителни множители 1 точка

Тъждествени преобразования и отговор $x = \frac{1}{4}$ 1,5 точки

$$\text{Б) } |16x - 2| = 2|8x - 1| \quad 0,5 \text{ точки}$$

$ 3 - 24x = 3 1 - 8x $	0,5 точки
$ 8x - 1 = 1 - 8x $	0,5 точки
$2 8x - 1 - 3 8x - 1 = - 8x - 1 $	0,5 точка
$ 8x - 1 = 1$	1 точка
$8x - 1 = 1 \quad x_1 = \frac{1}{4}$	1,5 точки
$8x - 1 = -1 \quad x_2 = 0$	1,5 точки
В) $x^2 - 4x = 0$	0,5 точки
$x(x - 4) = 0$	0,5 точки
$x_1 = 0$	0,5 точки
$x - 4 = 0$ и $x_2 = 4$	0,5 точки
Г) Извод, че няма еквивалентни уравнения	1 точка

22 Задача: Лек автомобил изминава разстоянието между два града A и B за определено време. Ако той се движи със 75 km/h , ще пристигне 12 минути по-рано, а ако намали скоростта си с $4\frac{1}{6} \text{ m/s}$, ще пристигне в B с 30 минути закъснение. Да се намери разстоянието между двата града, скоростта и времето му на движение по разписание.

$4\frac{1}{6} \text{ m/s} = \frac{25}{6} \text{ m/s} = \frac{\frac{25}{6} \cdot 1000}{3600} \text{ km/h} = 15 \text{ km/h}$	1 точка
$V_2 = V_1 - 15 = 75 - 15 = 60 \text{ km/h}$	0,5 точки
$12 \text{ min} = \frac{12}{60} \text{ h} = \frac{1}{5} \text{ h}$	0,5 точки
$30 \text{ min} = \frac{30}{60} \text{ h} = \frac{1}{2} \text{ h}$	0,5 точки
Означаване на $S = x \text{ km}, x > 0$	0,5 точки
Изразяване $t_1 = \frac{x}{75} \text{ h}$	0,5 точки
$t_2 = \frac{x}{60} \text{ h}$	0,5 точки
$t_{\text{по разписание}} = \frac{x}{75} + \frac{1}{5}$	0,5 точки
$t_{\text{по разписание}} = \frac{x}{60} - \frac{1}{2}$	0,5 точки

	S	V	t	t по разписание
1 Вариант	x	75	$\frac{x}{75}$	$\frac{x}{75} + \frac{1}{5}$
2 Вариант	x	60	$\frac{x}{60}$	$\frac{x}{60} - \frac{1}{2}$

Съставяне на уравнението $\frac{x}{75} + \frac{1}{5} = \frac{x}{60} - \frac{1}{2}$ 1 точка

Получаване $S = 210\text{km}$ 1 точка

$t_{\text{по разписание}} = \frac{210}{75} + \frac{1}{5} = \frac{14}{5} + \frac{1}{5} = \frac{15}{5} = 3\text{h}$ 1 точка

$V_{\text{по разписание}} = \frac{S}{t_{\text{по разписание}}} = \frac{210}{3} = 70\text{km/h}$ 1 точка

23 Задача: Външният ъгъл при върха A на триъгълника ABC е 135° и γ е 8 пъти по-голям от β . Симетралите на страните AC и BC пресичат страната AB съответно в точките M и N , а те се пресичат в точка O .

А) Намерете градусните мерки на ъглите на ΔMNO .

Б) Докажете, че $\Delta CON \cong \Delta BON$.

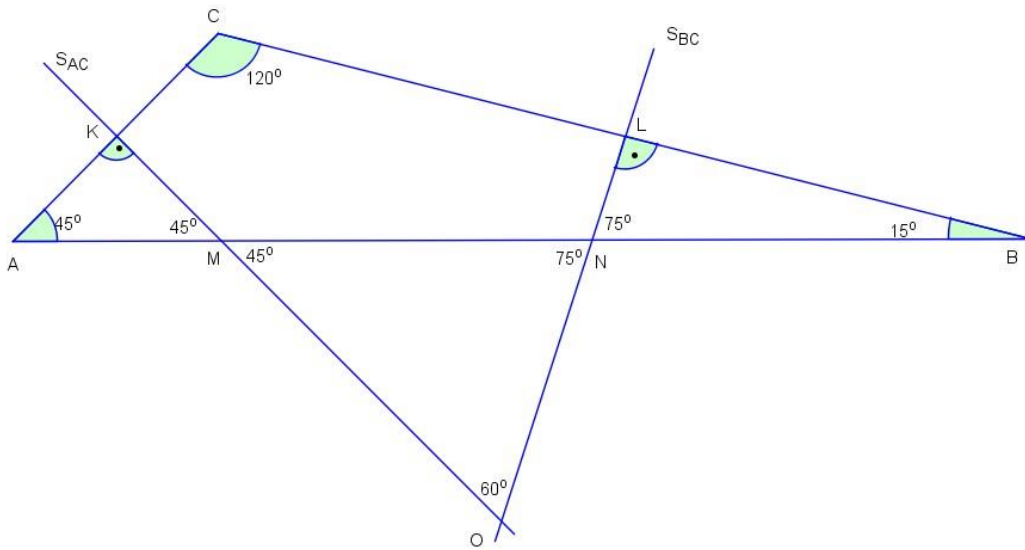
В) Ако $BN = 2n \text{ cm}$ и $MN = 10 \text{ cm}$, да се изрази лицето на ΔABC чрез n .

А) $\Delta ABC: \alpha' + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$ 0,5 точки

$\gamma = 8\beta$ 0,5 точки

$\alpha' = \beta + \gamma = \beta + 8\beta = 9\beta = 135^\circ \Rightarrow \beta = 15^\circ, \gamma = 120^\circ$ 1 точка

Верен чертеж 1 точка



$$S_{AC} \cap AC = K$$

$$\Delta AMK: \sphericalangle A = 45^\circ, \sphericalangle K = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle M = 45^\circ \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$\Rightarrow \sphericalangle AMK = \sphericalangle OMN = 45^\circ (\text{противоположни ъгли}) \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$S_{BC} \cap BC = L$$

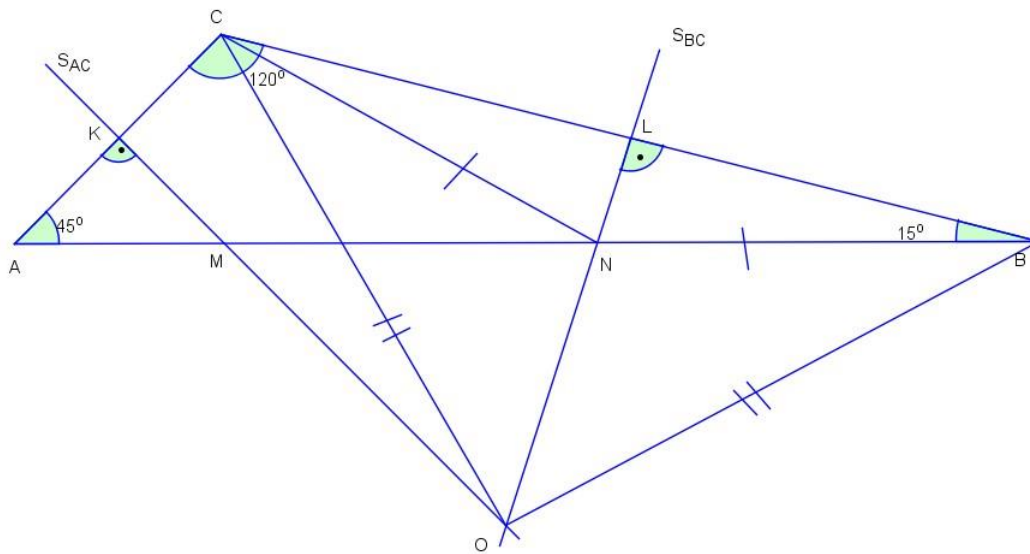
Аналогично

$$\Delta BNL: \sphericalangle B = 15^\circ, \sphericalangle L = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle N = 75^\circ \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$\Rightarrow \sphericalangle BNL = \sphericalangle ONM = 45^\circ (\text{противоположни ъгли}) \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$\Delta MNO: \sphericalangle M = 45^\circ, \sphericalangle N = 75^\circ \Rightarrow \sphericalangle O = 60^\circ \quad 0,5 \text{ точки}$$

Б)



$N \in S_{BC} \Rightarrow NB = NC$ 0,5 точки

$O \in S_{BC} \Rightarrow OB = OC$ 0,5 точки

Разглеждаме $\triangle CON$ и $\triangle BON$

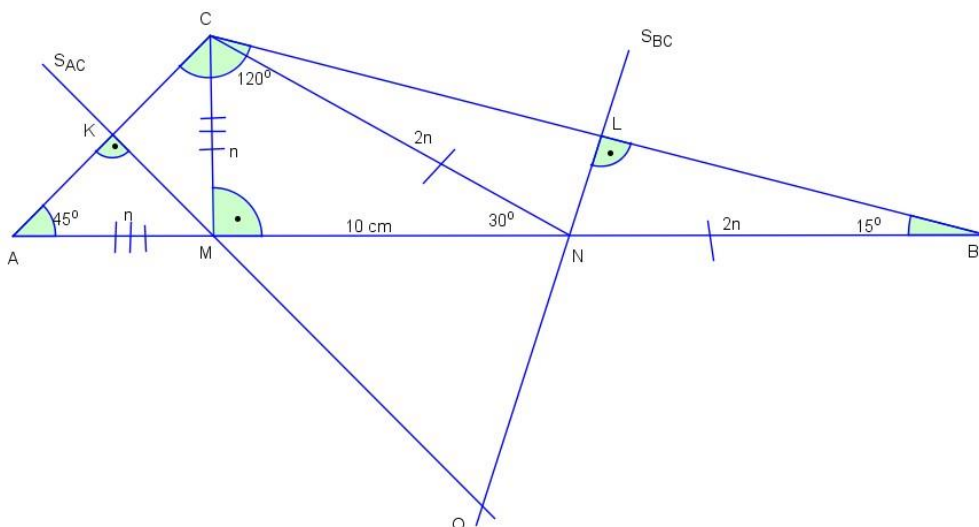
1) NO – обща 0,5 точки

2) $CO = BO$ (доказано)

3) $CN = BN$ (доказано)

$\Rightarrow \triangle CON \cong \triangle BON$ (III признак) 0,5 точки

В)



$$BN = NC = 2n \quad 0,5 \text{ точки}$$

$\triangle MNC$: $\sphericalangle M = 90^\circ$ (външен ъгъл за $\triangle AMC$), $\sphericalangle N = 30^\circ$ (външен ъгъл за $\triangle BNC$)
0,5 точки

$$\Rightarrow CM = \frac{CN}{2} = \frac{2n}{2} = n \quad 1 \text{ точка}$$

$$\Rightarrow AB = AM + MN + NB = n + 10 + 2n = (3n + 10) \text{ cm} \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot CM}{2} = \frac{(3n+10) \cdot n}{2} = \frac{3n^2+10n}{2} = (1,5n^2 + 5n) \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ точка}$$