

ВТОРА ЧАСТ

21. А) Решете уравнението

$$3(x+3)^2 - 5x + 10 = (x+1)^3 + x(x+2)(2-x)$$

Б) Разложете на множители израза $A = x^3 - 2x^2y - 3xy^2$.

В) Опростете израза

$$a = \frac{(M+1)^3 - (M-1)^3}{3M^2 + 1}$$

На колко е равно $a + x$, ако x е решението на уравнението $a(x-3) = 8$?**Примерно решение.**

$$\text{А) } 3(x^2 + 6x + 9) - 5x + 10 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x(4 - x^2)$$

$$3x^2 + 18x + 27 - 5x + 10 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 4x - x^3$$

$$3x^2 + 13x + 37 = 3x^2 + 7x + 1$$

$$3x^2 + 13x - 3x^2 - 7x = 1 - 37$$

$$6x = -36$$

$$x = -6$$

$$\text{Б) } A = x(x^2 - 2xy - 3y^2)$$

$$= x(x^2 + xy - 3xy - 3y^2)$$

$$= x(x(x+y) - 3y(x+y))$$

$$= x(x-3y)(x+y)$$

Друго решение

$$A = x(x^2 - 2xy - 3y^2)$$

$$= x(x^2 - 3xy + xy - 3y^2)$$

$$= x(x(x-3y) + y(x-3y))$$

$$= x(x+y)(x-3y)$$

В)

$$\frac{(M+1)^3 - (M-1)^3}{3M^2 + 1} = \frac{M^3 + 3M^2 + 3M + 1 - (M^3 - 3M^2 + 3M - 1)}{3M^2 + 1} = \frac{6M^2 + 2}{3M^2 + 1} = \frac{2(3M^2 + 1)}{3M^2 + 1} = 2$$

$$\Rightarrow a = 2, \quad 2(x-3) = 8 | :2 \Leftrightarrow x-3 = 4 \Leftrightarrow x = 7$$

$$\Rightarrow a + x = 9$$

Критерии за оценяване

А) Тъждествени преобразования и формули за съкратено умножение

$$3(x+3)^2 = 3x^2 + 18x + 27$$

- $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ 1 т.
- $x(x + 2)(2 - x) = 4x - x^3$ 1 т.
- Тъждествени преобразования до $6x = -36$ 1 т.
- Намиране на корен $x = -6$ 1 т.

Общо за А): 5 т.

Б)

- Изнасяне на x пред скоби $A = x(x^2 - 2xy - 3y^2)$ 1 т.
- Добавяне и изваждане xy в скобите $A = x(x^2 + xy - 3xy - 3y^2)$ 2 т.
- Разлагане на множители $A = x(x - 3y)(x + y)$ 1 т.

Общо за Б): 4 т.

В)

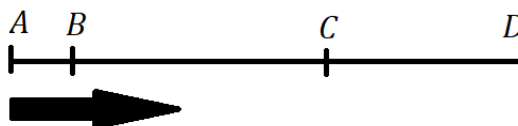
- Формули за съкратено умножение, преобразования и получаване на $a = 2$ 2 т.
- Получаване на корена $x = 7$ 1 т.
- Получаване на стойността на $a + x = 9$ 1 т.

Общо за В): 4 т.

Общо за зад.21: 13 т.

22. Автомобил тръгнал от град A към град D , като по пътя си минал през градовете B и C . Шофьорът пресметнал, че ако се движи с 90 km/h , ще пристигне навреме в град D . Поради ремонт на пътя между градовете A и B пътувал 15 минути с по-малка скорост. При пристигане в град D се оказало, че е закъснял с 5 минути. Известно е също, че разходът му на гориво на 100 km е 4 l . Останалите известни данни са записани в следващата таблица.

Разстояние от B до C	Изразходвано гориво от C до D	Скоростта от B до D
225 km	5,4 l	90 km/h



Намерете:

- А) Колко гориво е използвал между градовете B и C ?
- Б) Какво е разстоянието между градовете C и D ?
- В) Намерете разстоянието между градовете A и D .

Примерно решение.

- А) Използваното гориво е

$$4 \cdot \frac{225}{100} = 9 \text{ l.}$$

Б) Нека разстоянието между C и D е x km.

$$\Rightarrow 4 \cdot \frac{x}{100} = 5,4 \Leftrightarrow x = 135 \text{ km.}$$

В) Нека разстоянието между A и D е y km.

Време, за което автомобилът ще пристигне от A в D , движейки се със скорост 90 km/h : $\frac{y}{90}$ часа.

От подточка Б) и условието \Rightarrow разстоянието между B и D е $225 + 135 = 360 \text{ km}$.

\Rightarrow Времето, което му е отнело за да достигне до град D , заедно със закъснението от 5 минути, е

$$\frac{15}{60} + \frac{360}{90} = 4 \frac{1}{4} \text{ h}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{90} + \frac{5}{60} = 4 \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y}{90} = 4 \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y}{90} = \frac{25}{6} \quad | \cdot 90$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{25}{6} \cdot 90 = 375 \text{ km}$$

Друго примерно решение на В).

Тъй като между градовете B и D автомобилът се е движил с първоначално предвидената скорост от 90 km/h , той е пристигнал в B с 5 минути закъснение. Следователно, ако се движи между A и B с 90 km/h , би му отнело $15 - 5 = 10$ минути. Тогава разстоянието между A и B е

$$90 \cdot \frac{10}{60} = 15 \text{ km.}$$

\Rightarrow Разстоянието между A и D е $15 + 225 + 135 = 375 \text{ km}$.

Критерии за оценяване

А)

Получаване правилен резултат за изразходваното гориво

2 т.

Общо за А): 2 т.

Б)

Получаване на разстоянието между C и D

3 т.

Общо за Б): 3 т.

В)

Съставяне на уравнение за разстоянието y между A и D

3 т.

Тъждествени преобразования до уравнението $\frac{y}{90} = \frac{25}{6}$

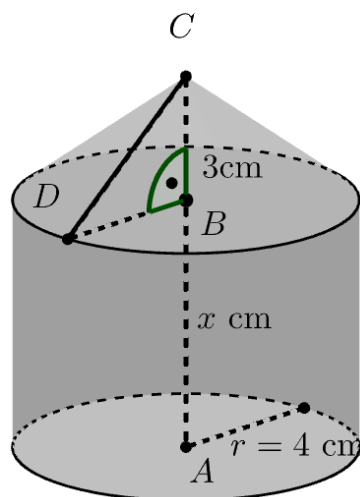
2 т.

(ако е представено друго решение, което е правилно, да се дават пълен брой точки)

Общо за В): 6 т.

Общо за зад.22: 11 т.

23. На чертежа е показано тяло, което се състои от прав кръгов цилиндър и прав кръгов конус с общи основи.



Радиусът на основите е $r = 4 \text{ cm}$, а височината на конуса е $h = 3 \text{ cm}$. C и D са означени съответно върхът на конуса и произволна точка от окръжността при основата му, а с A и B – центрете на долната и горната основи.

- А) Определете дължината на образуващата CD на конуса.
- Б) Определете площта на околната повърхнина на конуса.
- В) Определете обема на конуса.
- Г) Каква е височината на цилиндъра, ако е известно, че обемът му е $\frac{6}{7}$ от обема на цялото тяло?

Примерно решение.

А) От Питагоровата теорема за $\triangle CBD$, $\sphericalangle CBD = 90^\circ$, $BD = r = 4 \text{ cm}$ се получава $CD^2 = BD^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow l = CD = 5 \text{ cm}$.

Б) от подточка А) $S_{\text{ок.пов.}} = \pi r l = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi \text{ cm}^2$.

В) $V_{\text{конус}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi \text{ cm}^3$.

Г) Нека височината на цилиндъра е $x \text{ cm}$. Тогава $V_{\text{цил.}} = \pi r^2 x = 16\pi x \text{ cm}^3$.

$$\Rightarrow V_{\text{тяло}} = V_{\text{цил.}} + V_{\text{конус}} = 16\pi x + 16\pi$$

$$\Rightarrow 16\pi x = \frac{6}{7} (16\pi x + 16\pi) = \frac{6}{7} \cdot 16\pi (x + 1) | : 16\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{7} (x + 1)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{7} x + \frac{6}{7} \Leftrightarrow x - \frac{6}{7} x = \frac{6}{7} \Leftrightarrow \frac{1}{7} x = \frac{6}{7}$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \text{ cm.}$$

Критерии за оценяване

А) Тъждествени преобразования и формули за съкратено умножение

Прилагане на Питагоровата теорема 2 т.

Получаване на отговора за CD 1 т.

Общо за А): 3 т.

Б)

Получаване правилен краен отговор 1 т.

В)

Получаване правилен краен отговор 1 т.

Г)

Изразяване на обема на цилиндъра чрез x 1 т.

Изразяване на обема на тялото чрез x 1 т.

Съставяне на уравнение за x 1 т.

Тъждествени преобразования върху уравнението за x 2 т.

Получаване на краен отговор за x 1 т.

Общо за В): 6 т.

Общо за зад.23: 11 т.

Всички права върху темата са запазени. Разпространяването ѝ не е позволено.

Желаем Ви успех!

Следващият тренировъчен изпит ще се проведе на 22 февруари 2025 година.

Телефон за заявки 0877 44 38 67

Отговори и резултати може да намерите на сайта: <http://smb-ruse.com>