7. Отг. 16. *Първи начин.* Нека n е най-малкото естествено число с исканите свойства. От условието следва, че числото $n+1$ се дели на 25 и 27. Най-малкото число, което се дели на 25 и 27, е НОК(25,27) = 675. Задачата се свежда до намиране на най-малкото кратно на 675, т.е. $k.675$, за което числото $k.675-1$ при деление на 24 дава остатък 8. Тъй като 674 – 8 = 666 не се дели на 24, то 675 не води до решение. Следващото кратно на 675 е 1350. Тъй като 1349 – 8 = 1341 също не се дели на 24, то и 1350 не води до решение. При 3 . 675 = 2025 получаваме, че 2024 – 8 = 2016 се дели на 24 (2016 : 24 = 84). Следователно търсеното най-малко естествено число е $n=2024$. Тъй като $2024=2^3.11^1.23^1$, броят на делителите на 24 е $(3+1)(1+1)(1+1)=4.2.2=16$, което е отговорът на задачата.

Втори начин. От условието следва, че са изпълнени равенствата

$$n=24k+8=25l+24=27m+26.$$

Оттук получаваме системата $\begin{vmatrix}24k+8=25l+24\\24k+8=27m+26\end{vmatrix}$, която е еквивалентна с $\begin{vmatrix}24k-25l=16\\24k-27m=18\end{vmatrix}$. В първото равенство заместваме $l=8l'$, второто делим на 3 и получаваме системата

$$\begin{vmatrix}24k-25.8l'=16\\8k-9m=6.\end{vmatrix}.$$

От второто равенство на тази система следва, че $k=3k'$. Заместваме $k=3k'$, разделяме първото равенство на 8 и получаваме системата $\begin{vmatrix}9k'-25l'=2\\8.3k'-9m=6\end{vmatrix}$. От второто равенство се вижда, че $m=2m'$. След заместване получаваме системата $\begin{vmatrix}9k'-25l'=2\\4k'-3m'=1\end{vmatrix}$. От второто равенство имаме $m'=\dfrac{4k'-1}{3}=k'+\dfrac{k'-1}{3}$. Оттук следва, че $k'=3t+1$. След заместване в първото равенство на последната система се получава $l'=\dfrac{27t+7}{25}=t+\dfrac{2t+7}{25}$. Най-малката цяла положителна стойност на t, при която l' е цяло число, е $t=9$. Тогава $l'=9+1=10$ и $l=80$. Оттук получаваме, че най-малкото n е $n=25.80+24=2024$ (може да се пресметнат и $k=84$, $m=74$). Тогава $n=2^3.11^1.23^1$ и броят на делителите му е $(3+1)(1+1)(1+1)=4.2.2=16$.

Оценяване. Първи начин. Ако n е най-малкото естествено число с исканите свойства, забелязването, че числото $n+1$ се дели на 25 и 27, се оценява с **6 точки**. Намирането на НОК(25,27) = 675 се оценява с **2 точки**. За намиране на най-малкото n се присъжда **1 точка**. За намиране броя на делителите на n се присъжда **1 точка**.

Втори начин. За съставяне на система от две уравнения с три неизвестни **1 точка**. За редуциране на системата чрез използване на делимости и получаване на система с три неизвестни, в която не е възможно по-нататъшно прилагане на разсъждения с делимости, например за получаване на система от вида $\begin{vmatrix}9k'-25l'=2\\4k'-3m'=1\end{vmatrix}$, се присъждат **3 точки**. За получаване на връзка между две от неизвестните, в която може да се приложи изискването за минималност на едно от неизвестните, например за връзка от вида $l'=t+\dfrac{2t+7}{25}$, както и за прилагане на изискването за минималност, което позволява намирането на едно от неизвестните, се присъждат **4 точки**. За намиране на най-малкото n се присъжда **1 точка**. За намиране броя на делителите на n се присъжда **1 точка**.

ОТГОВОРИ

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7
В	**С**	**В**	**Е**	**А**	$\sqrt{2}$	**16**