

21 зад. А) Решете неравенството $x - \frac{1}{2} \left(\frac{(x-1)^2}{3} - \frac{(x+2)(x-2)}{2} \right) - \frac{3x^2}{4} < -1 - \frac{2x^2}{3}$ и представете

решението му върху числовата ос.

6 т.

Б) Решете уравнението $3|x-2| - 4|2-x| + 2 = -7$. Посочете дали неговите корени са решения на неравенството. Направете обосновка.

5 т.

В) Решете уравнението $x^2 - 13x + 42 = 0$. Неговите корени са цифри на единици и десетици на нечетно двуцифрено число. Намерете числото.

4 т.

Примерно решение, оценяване и точки по критерии на задача №21:

$$\text{А) } x - \frac{1}{2} \left(\frac{(x-1)^2}{3} - \frac{(x+2)(x-2)}{2} \right) - \frac{3x^2}{4} < -1 - \frac{2x^2}{3}$$

$$x - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{3} - \frac{x^2 - 4}{2} \right) - \frac{3x^2}{4} < -1 - \frac{2x^2}{3}$$

1 т.

$$x - \frac{x^2 - 2x + 1}{6} + \frac{x^2 - 4}{4} - \frac{3x^2}{4} < -1 - \frac{2x^2}{3} \quad | \cdot 12$$

1,5 т.

$$12x - 2x^2 + 4x - 2 + 3x^2 - 12 - 9x^2 < -12 - 8x^2$$

1 т.

$$16x - 14 < -12$$

$$16x < 2$$

1 т.

$$x < \frac{1}{8} \quad x \in \left(-\infty; \frac{1}{8} \right)$$

0,5 т.

Графично решение

1 т.

Б) $3|x-2|-4|2-x|+2=-7$

$$3|x-2|-4|x-2|=-7-2$$

1 т.

$$-|x-2|=-9$$

0,5 т.

$$|x-2|=9$$

0,5 т.

$$x-2=9 \text{ или } x-2=-9$$

1 т.

$$x=11 \text{ или } x=-7$$

1 т.

$$x=11 \text{ не е решение, защото } 11 \notin \left(-\infty; \frac{1}{8}\right)$$

0,5 т.

$$x=-7 \text{ е решение, защото } -7 \in \left(-\infty; \frac{1}{8}\right)$$

0,5 т.

В) I начин : $x^2 - 13x + 42 = 0$

$$x^2 - 6x - 7x + 42 = 0$$

1 т.

$$x(x-6) - 7(x-6) = 0$$

0,5 т.

$$(x-6)(x-7) = 0$$

0,5 т.

$$x-6=0 \vee x-7=0$$

1 т.

$$x=6 \vee x=7$$

0,5 т.

Търсеното число е **67**.

0,5 т.

II начин: $x^2 - 13x + 42 = 0$

$$x^2 - 13x - 49 + 91 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 49 - 13x + 91 = 0 \Leftrightarrow (x-7)(x+7) - 13(x-7) = 0$$

$$(x-6)(x-7) = 0 \Leftrightarrow x-6=0 \vee x-7=0 \Leftrightarrow x=6 \vee x=7$$

III начин: $x^2 - 13x + 42 = 0$

$$x^2 - 13x - 36 + 78 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 36 - 13x + 78 = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x+6) - 13(x-6) = 0$$

$$(x-6)(x-7) = 0 \Leftrightarrow x-6=0 \vee x-7=0 \Leftrightarrow x=6 \vee x=7$$

IV начин: $x^2 - 13x + 42 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x \frac{13}{2} + \frac{169}{4} - \frac{169}{4} + 42 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{13}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$

$$\left(x - \frac{13}{2} - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{13}{2} + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x-7) = 0 \Leftrightarrow x=6 \vee x=7$$

22 зад. Във фирма работят оператори, програмисти и технически сътрудници. Операторите са 25% от всички служители на фирмата, а половината от програмистите са с 12 повече от операторите. Програмистите и операторите общо са 5 пъти повече от техническите сътрудници.

- А)** По колко оператори, програмисти и технически сътрудници работят във фирмата? **7 т.**
- Б)** С колко най-малко трябва да се намали броят на техническите сътрудници, за да не надвишава той 15% от общия брой на служители във фирмата? **3 т.**

Примерно решение, оценяване и точки по критерии на задача №22:

- А)** Нека броят на всички служители е x ($x \in N$) **0,5 т.**
- Операторите са $0,25x$. **1 т.**
- $0,5$ от програмистите = оператори + 12 = $0,25x + 12$ **1 т.**
- \Rightarrow програмистите са $0,5x + 24$
- Оператори и програмисти = $0,25x + 0,5x + 24 = 5$. брой технически сътрудници
- Техническите сътрудници са $\frac{1}{5}(0,25x + 0,5x + 24) = 0,15x + 4,8$ **1 т.**
- $0,25x + 0,5x + 24 + 0,15x + 4,8 = x$ **1 т.**
- $0,9x + 28,8 = x$ **0,5 т.**
- $x = 288$
- всички служители са **288** бр. **0,5 т.**
- оператори – **72** бр.; програмисти – **168** бр.; технически сътрудници – **48** бр. **1,5 т.**
- Б)** Нека броят на съкратените технически сътрудници е y ($y \in N$) **0,5 т.**
- $48 - y \leq 15\% \cdot 288$ **1 т.**
- $48 - y \leq 0,15 \cdot 288 \Leftrightarrow 48 - y \leq 43,2 \Leftrightarrow -y \leq -4,8$ **0,5 т.**
- $y \geq 4,8$ **0,5 т.**
- Търсеният брой технически сътрудници е **5**. **0,5 т.**

23 зад. В $\triangle ABC$ ъглополовящите при върховете A и B се пресичат в точка O и $\sphericalangle AOB = 150^\circ$.

А) Намерете мярката на $\sphericalangle ACB$.

4 т.

Б) Нека точка S е пресечната точка на симетралите на страните AC и BC ,

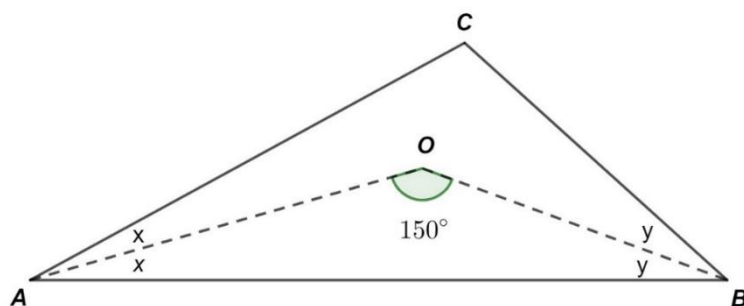
а точка K е такава, че S е средата на отсечката AK . От точка B е построен

перпендикуляр към правата AK , който я пресича в точка H .

Ако $HK = 1$ см, намерете дължината на отсечката AK .

6 т.

Примерно решение, оценяване и точки по критерии на задача №23:



А) $AO = l_{\sphericalangle A} \Rightarrow \sphericalangle BAO = \sphericalangle CAO = x^\circ$; $BO = l_{\sphericalangle B} \Rightarrow \sphericalangle ABO = \sphericalangle CBO = y^\circ$

1 т.

$\triangle AOB: x + y = 30^\circ \Rightarrow 2x + 2y = 60^\circ$

1 т.

$\triangle ABC: \sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ \Leftrightarrow 2x + 2y + \sphericalangle C = 180^\circ$

1 т.

$\sphericalangle C = 120^\circ$

1 т.

(ако $\sphericalangle C$ се търси чрез формула за ъгъл между ъглополовящи без нейното извеждане)

2 т.

Б) Доказателство на:

$AS = BS = CS$

2 т.

$\alpha + \beta = 120^\circ$

$\sphericalangle ASB = 120^\circ$

1 т.

$\triangle SKB$ - равностранен

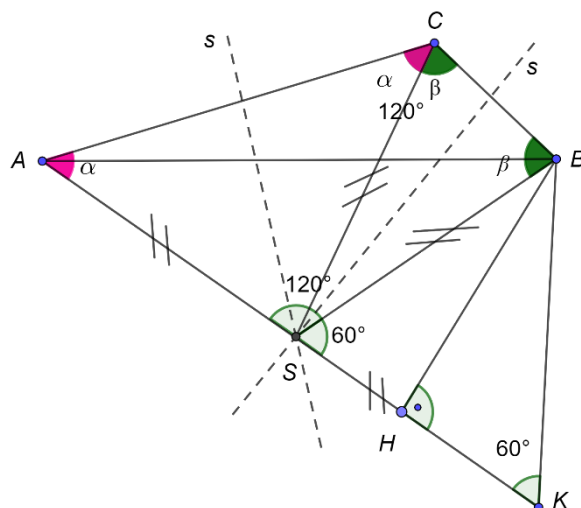
1 т.

$BK = 2$ cm

1 т.

$AK = 4$ cm

1 т.



Следващият тренировъчен изпит ще се проведе на 31.05.2025 година.

Телефон за заявки 0877 44 38 67

Отговори и резултати може да намерите на сайта: <http://smb-ruse.com>